

# برازش منحنی در روند

(برازش منحنی در روند)

---

تدوین: مرکز آماری خوارزمی

\*\*\*

[www.kharazmi-statistics.ir](http://www.kharazmi-statistics.ir)

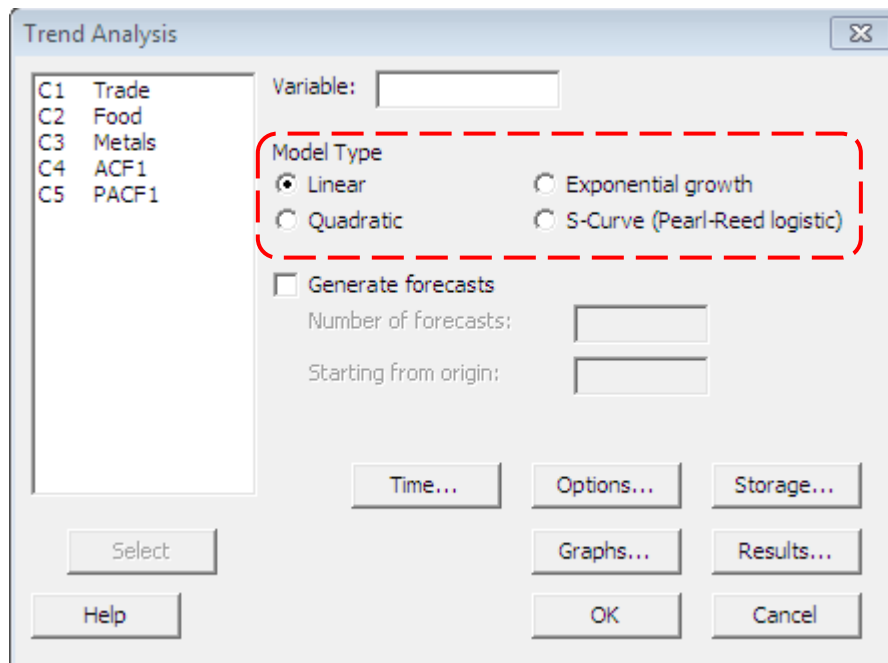
مرکز آماری خوارزمی

---

# برازش منحنی روند در Minitab

برای تجزیه و تحلیل یک سری زمانی دارای روند در Minitab از منوی Stat گزینه ی Time Series و سپس گزینه ی Trend Analysis را انتخاب می کنیم تا پنجره ای به شکل زیر باز شود.

از Trend Analysis برای تجزیه و تحلیل داده هایی که دارای یک روند ثابت هستند و فاقد الگوی فصلی نیز می باشند، استفاده می شود.



در پنجره ظاهر شده در قسمت Model Type چهار منحنی روند جهت برازش به داده ها دیده می شود. برای تمام این منحنی ها، تابع برازنده شده یک اندازه گیری از روند را فراهم می نماید و باقیمانده ها که تفاوت بین مشاهدات واقعی و مقادیر متناظر منحنی برازنده شده می باشند، برآوردی از نوسانات موضعی را نشان می دهد.

## Model type

در این قسمت می توان یکی از چهار مدل زیر را به داده ها برازش داد.

### Linear - ۱

این گزینه یک مدل روند خطی به شکل  $y_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$  را به داده ها برازش می دهد.

## ۲- Quadratic

این گزینه یک مدل درجه دوم به شکل  $y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_1 t^2 + e_t$  را به داده ها برازش می دهد که در آن  $\beta_1$  متوسط تغییر در هر دوره را نشان میدهد.

## ۳- Exponential growth

این گزینه یک منحنی نمائی به شکل  $y_t = \beta_0 \beta_1^t + e_t$  را به داده ها برازش می دهد.

## ۴- S-curve(pearl-reed logistic)

این گزینه یک منحنی S به معادله  $y_t = \frac{10^a}{\beta_0 + \beta_0 \beta_1^t}$  را به داده ها برازش می دهد. این منحنی وقتی مناسب است که نمودار داده ها به شکل S باشد.

قبل از انتخاب این مدل ابتدا باید داده های گمشده را از مجموعه داده ها حذف کرد. اگر یکی از سه مدل دیگر را انتخاب کنیم Minitab به طور خودکار داده های گمشده را در نظر نخواهد گرفت.

در ادامه برای درک مهم موضوع چند مسایل بیان شده است.

### مثال:

داده های مربوط به وزن گوساله ها در ده هفته متوالی در جدول زیر آمده است. می خواهیم یک خط روند مناسب را به داده ها برازش دهیم و متوسط نرخ رشد در هفته را محاسبه کنیم و همچنین وزن گوساله ها را برای هفته یازدهم و دوازدهم پیش بینی کنیم.

t(سن)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
$x_t$ (وزن)	۵۲.۵	۵۸.۷	۶۵	۷۰.۲	۷۵.۴	۸۱.۱	۸۷.۲	۹۵.۵	۱۰۲.۲	۱۰۸.۴

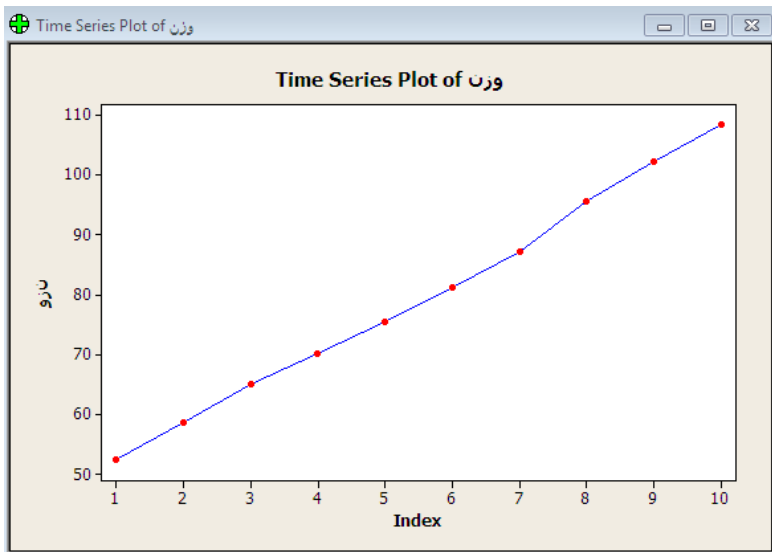
ابتدا داده ها را وارد Minitab نموده و سپس نمودار سری زمانی را برای این داده ها رسم می کنیم. در ابتدا یک نمودار سری زمانی برای داده های بیان شده رسم می کنیم.

↓	C1	C2
	سن	وزن
1	1	52.5
2	2	58.7
3	3	65.0
4	4	70.2
5	5	75.4
6	6	81.1
7	7	87.2
8	8	95.5
9	9	102.2
10	10	108.4

نمایش داده ها در نرم افزار

مسیر زیر را طی نمایید.

Graph > time series plot > simple > ok



در پنجره جدید (time series plot - simple) متغیر وزن را به مستطیل روبرو منتقل کنید و دکمه ی ok را بزنید.

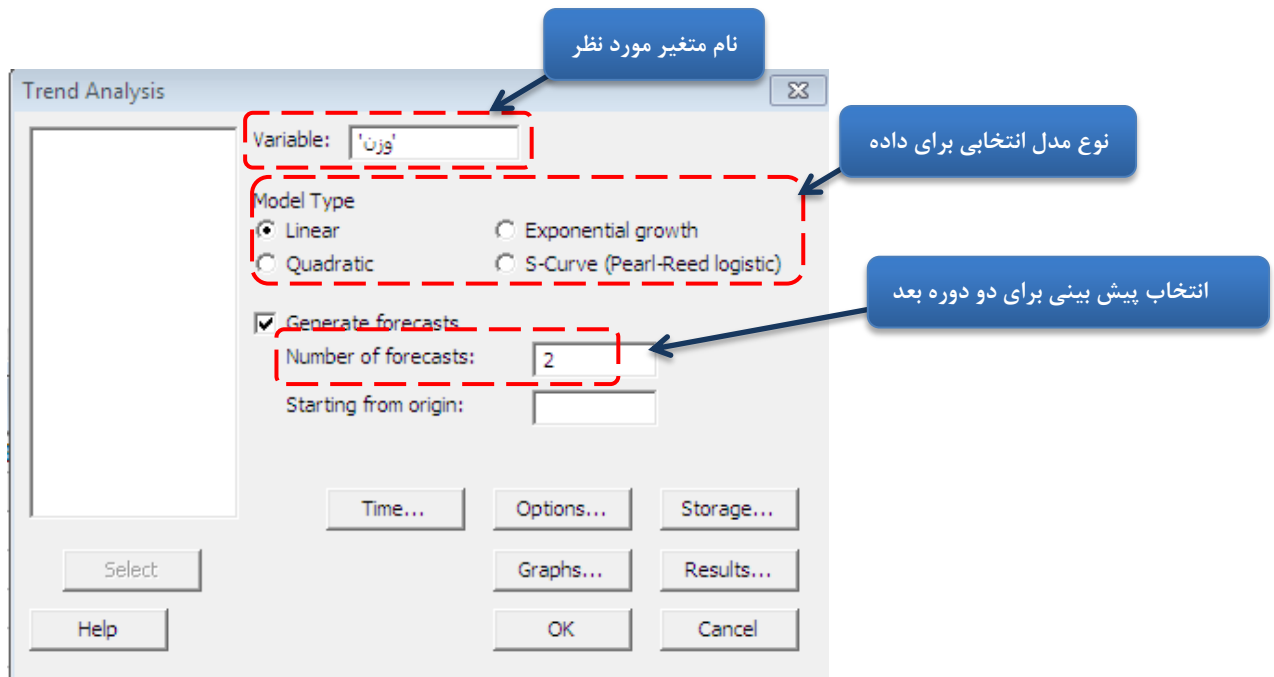
نمودار روبرو ظاهر می شود.

این نمودار به صراحت یک مدل روند خطی را پیشنهاد می کند. بنابراین با باز کردن پنجره Trend Analysis و با انتخاب گزینه Linear یک مدل روند خطی را به داده ها برازش می دهیم.

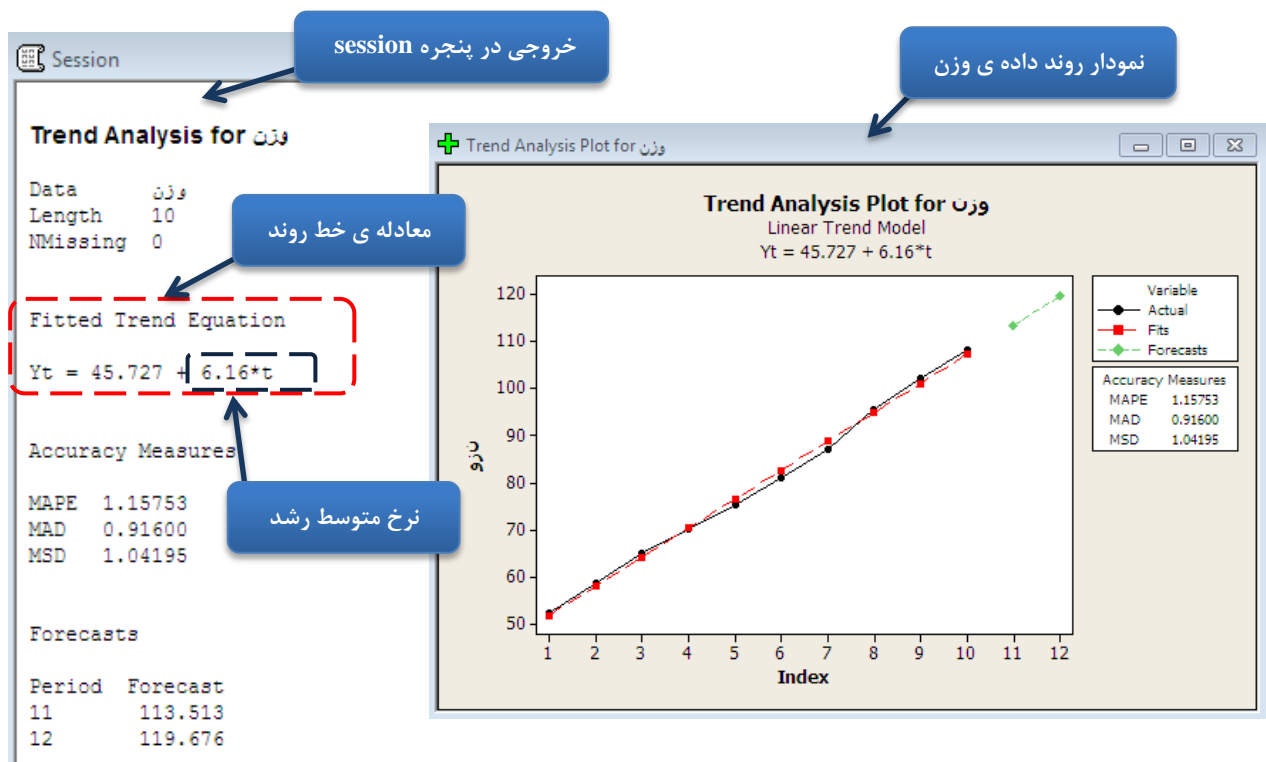
مسیر زیر را طی نمایید.

Stat > Time Series > Trend Analysis

برای انجام این کار نام متغیر مورد نظر (نام ستونی که داده ها را در آن ذخیره کرده ایم) را به کادر Variable منتقل می کنیم و سپس از قسمت Model Type گزینه Linear را انتخاب می کنیم. همچنین برای تولید پیش بینی های دو دوره بعد، با انتخاب گزینه Generate Forecasts در کادر مقابل Number Of Forecasts عدد ۲ را وارد می کنیم.



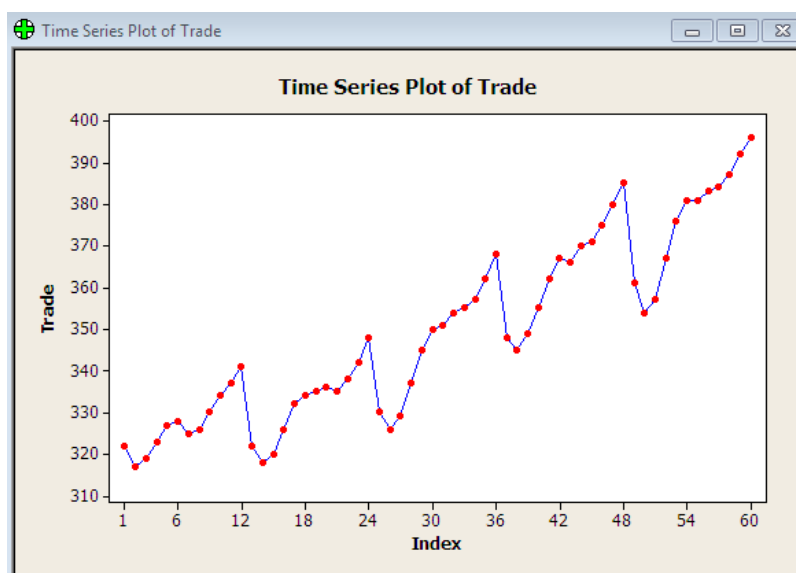
با فشردن دکمه Ok خروجی در پنجره session و نمودار مربوطه بصورت زیر نمایش داده می شود.



همانطور که ملاحظه می شود معادله خط روند بشکل  $y_t = 45.72 + 6.16 * t$  می باشد. بنابراین وزن گوساله ها با توجه به خط کمترین مربعات بعد از ۱ و ۲ و ۳... هفته به ترتیب عبارت است از  $A+B, A+2B, A+3B, \dots$  در نتیجه نرخ متوسط رشد برابر ۶.۱۶ واحد می باشد.

## مثال:

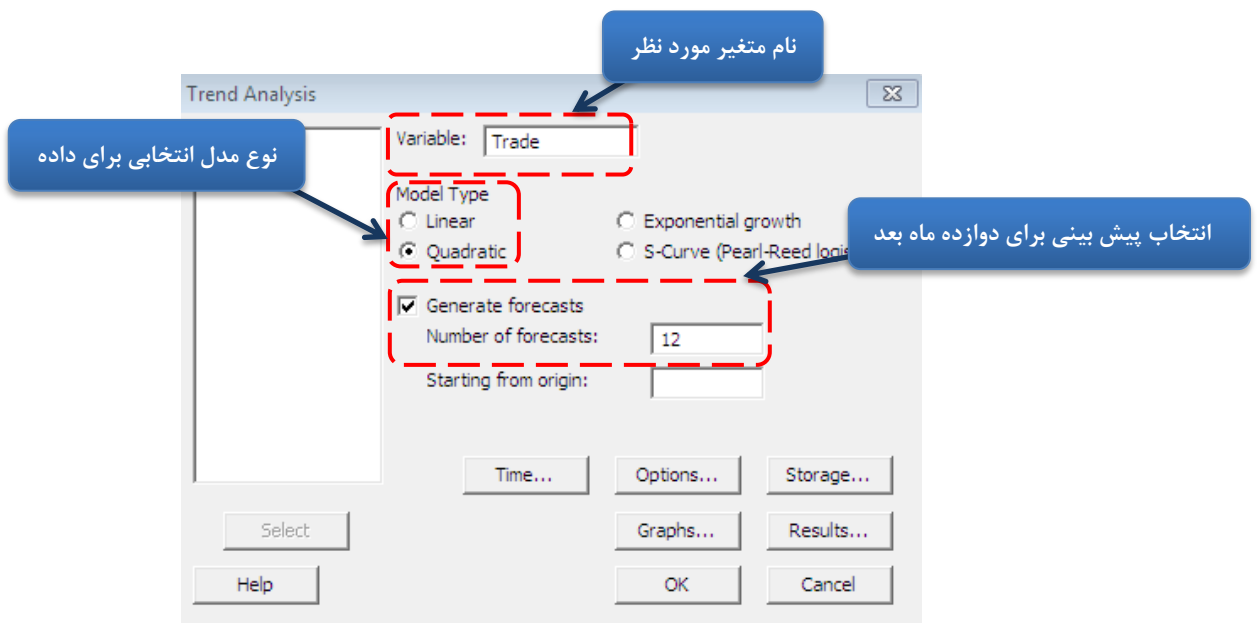
فایل EMPLOY.MTW را باز می کنیم. این فایل شامل داده های مربوط به اشتغال در بخش بازرگانی (trade business) برای ۶۰ ماه می باشد. می خواهیم یک منحنی روند مناسب را به این داده ها برازش دهیم و سپس میزان اشتغالی زایی در این بخش را برای ۱۲ ماه آینده پیش بینی کنیم. به همان روش گفته شده در مثال قبل نمودار داده ها را رسم می کنیم.



این نمودار یک منحنی درجه دوم را پیشنهاد می کند.

برای برازش یک منحنی درجه دوم به این داده ها مانند مثال قبل پنجره Trend Analysis را باز کرده و سپس متغیر Trade را به کادر Variable منتقل می کنیم. در قسمت Model Type نیز گزینه Quadratic را انتخاب می کنیم.

برای تولید پیش بینی های ۱۲ ماه آینده با انتخاب گزینه generate forecasts در کادر مقابل number of forecasts عدد ۱۲ را وارد می کنیم.



خروجی در پنجره session

**Trend Analysis for Trade**

Data Trade  
Length 60  
NMissing 0

Fitted Trend Equation

$$Y_t = 320.76 + 0.509*t + 0.01075*t**2$$

Accuracy Measures

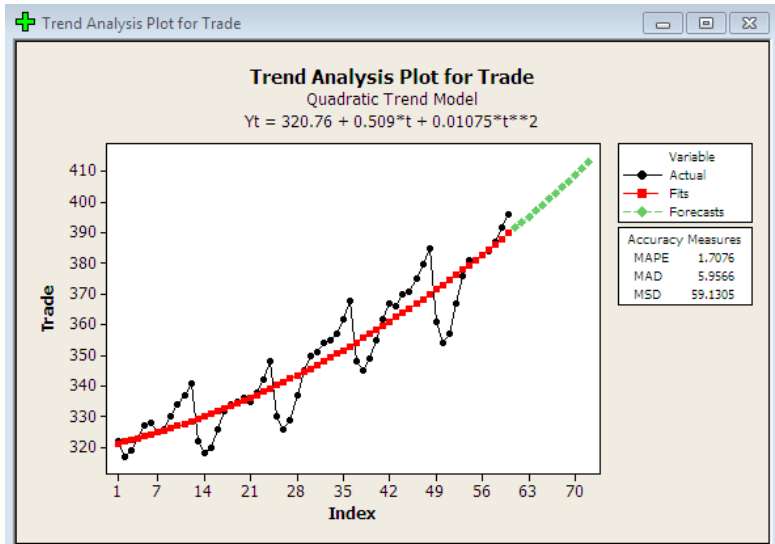
MAPE 1.7076  
MAD 5.9566  
MSD 59.1305

Forecasts

Period	Forecast
61	391.818
62	393.649
63	395.502
64	397.376
65	399.271
66	401.188
67	403.127
68	405.087
69	407.068
70	409.071
71	411.096

معادله ی خط روند

با فشردن دکمه OK نمودار مربوطه و خروجی در پنجره session بصورت زیر خواهد بود:



توجه:

چنانچه نتوانستیم تشخیص دهیم که کدام یک از مدل های روند برازش مناسبی را فراهم می آورد، بهتر است هر چهار مدل را امتحان کنیم و سپس با توجه به معیارهای دقت، مدل مناسب را انتخاب کنیم. کمتر بودن مقادیر مربوطه به این معیارهای حاکی از بهتر بودن مدل انتخاب شده می باشد.

منبع :

- تجزیه و تحلیل سری های زمانی با نرم افزار MINITAB14، مصطفی خرمی- دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا، انتشارات سخن گستر، ۱۳۸۶