

رسم همبستگی نگار در Minitab

(همبستگی نگار)

تدوین: مرکز آماری خوارمی

www.kharazmi-statistics.ir

مرکز آماری خوارمی

همبستگی نگار

نمودار r_k در مقابل تاخیر k را همبستگی نگار می نامند. از این نمودار می توان برای تشخیص الگوی احتمالی مولد داده ها استفاده کرد.

چند نکته:

- ✓ اگر یک سری زمانی کاملا تصادفی باشد، به ازای مقادیر بزرگ n ، r_k تقریبا صفر خواهد بود.
- ✓ برای یک سری زمانی، متغیر تصادفی r_k تقریبا دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $1/n$ می باشد. در نتیجه فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای r_k تقریبا بصورت $\left(\frac{-2}{\sqrt{n}}, \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ می باشد. اگر مقدار مشاهده شده r_k در خارج از این حدود واقع شود می گوییم این مقدار در سطح پنج درصد به طور معنی داری با صفر اختلاف دارد.
- ✓ همبستگی نگاری که در آن مقادیر r_k با سرعت معقولی به صفر نزدیک نمی شود، نایستایی را نشان می دهد.
- ✓ همبستگی نگاری که در آن مقادیر r_k نسبتا سریع قطع شوند یا نسبتا سریع افول کنند، ایستایی را نشان می دهد. سری های ایستا اغلب همبستگی های کوتاه مدتی را نشان می دهند.
- ✓ اگر یک سری زمانی تغییرات فصلی داشته باشد، همبستگی نگار آن نیز نوساناتی در همان فرکانس ها را نشان می دهد، بویژه اگر X_t از یک طرح سینوسی پیروی نماید در آنصورت r_k نیز سینوسی می باشد.

رسم همبستگی نگار در Minitab

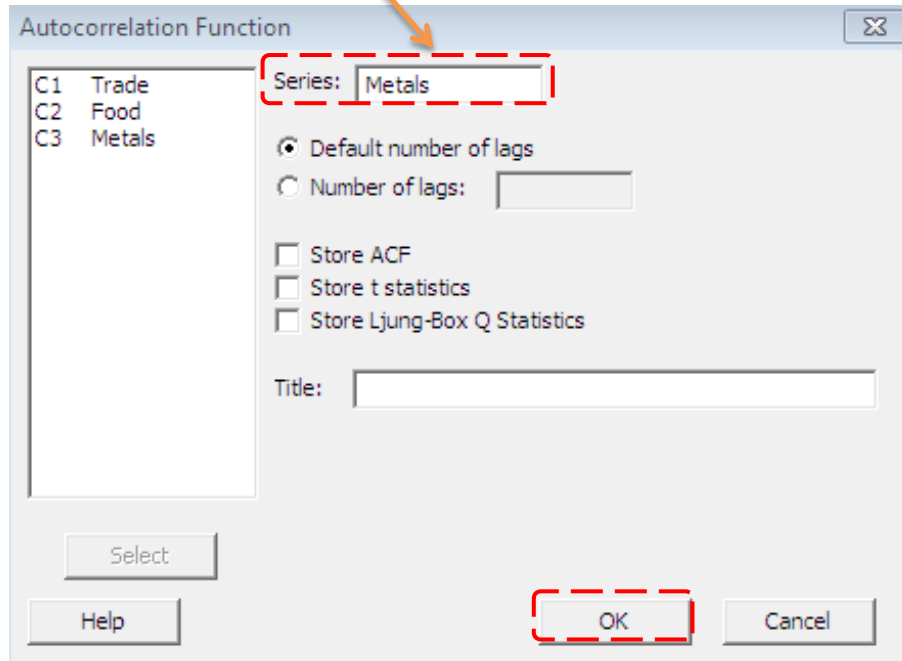
با بیان یک مثال به بررسی رسم همبستگی نگار یک سری زمانی در نرم افزار Minitab می پردازیم .

مثال: فایل EMPLOY.MTW از داده های پیش فرض نرم افزار را باز کنید. می خواهیم برای سری Metals از این فایل همبستگی نگار را رسم کنیم. برای این منظور مسیر زیر را طی نمایید.

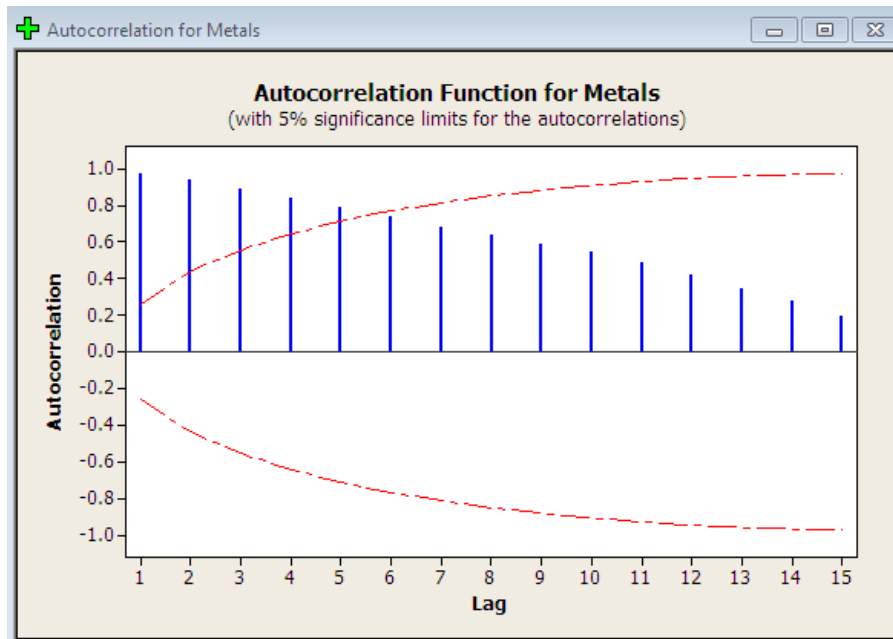
Stat > Timeseries > Autocorrelation

پس از آن پنجره ی زیر باز می شود.

سری از داده ها که می خواهیم همبستگی نگار را برایش رسم کنیم.



با رها کردن سایر گزینه ها و فشردن OK نمودار حاصل به شکل زیر خواهد بود.



همانطور که ملاحظه می شود مقادیر تابع خودهمبستگی به شدت با سرعت کمی به صفر میل می کنند که موید نالیستایی سری مربوطه می باشد. در حقیقت باید تابع خود همبستگی نمونه ای را برای سری زمانی ایستا محاسبه کنیم. بنابراین قبل از محاسبه acf باید هر گونه روند را حذف کرد.

اینک به اختصار گزینه های پنجره Autocorrelation Function را توضیح می دهیم.

گزینه Default number of lags

چنانچه گزینه ی Default number of lags را که انتخاب پیش فرض Minitab نیز می باشد انتخاب کنید، تعداد تاخیرهایی که تابع خودهمبستگی برای آنها محاسبه می شود بصورت زیر خواهد بود:

تعداد تاخیرهایی که تابع خودهمبستگی برای آنها محاسبه خواهد شد. (k)	تعداد مشاهدات (n)
$n/4$	کمتر از ۲۴۰
$\sqrt{n}+45$	بیشتر از ۲۴۰

گزینه Number Of lags

با انتخاب این گزینه می توان acf را برای تعداد دلخواهی از تاخیرات رسم کرد. مثلا چنانچه عدد ۱۰ را در کادر مربوط به این گزینه وارد کنیم، همبستگی بین مشاهداتی که حداکثر ده واحد زمانی با یکدیگر فاصله دارند، یعنی همبستگی بین مشاهدات متوالی، مشاهداتی که دو واحد زمان با یکدیگر فاصله دارند،... و نهایتا همبستگی بین مشاهداتی که ده واحد زمانی با یکدیگر فاصله دارند، محاسبه خواهد شد.

در نمودار acf علاوه بر محاسبه و رسم مقادیر تابع خود همبستگی، حدود اطمینان ۹۵ درصد نیز رسم خواهند شد.

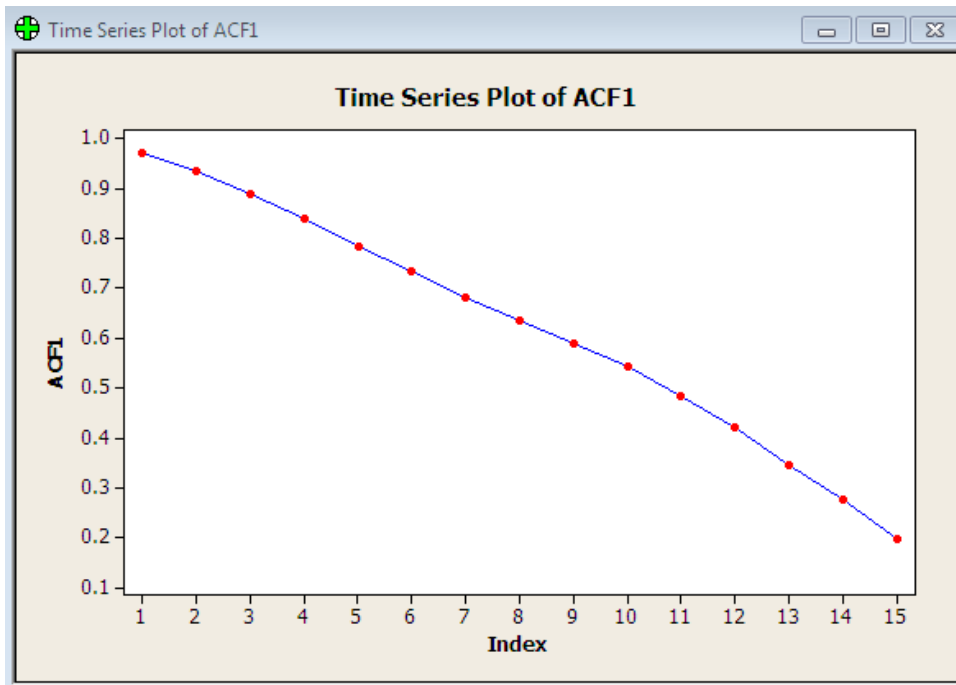
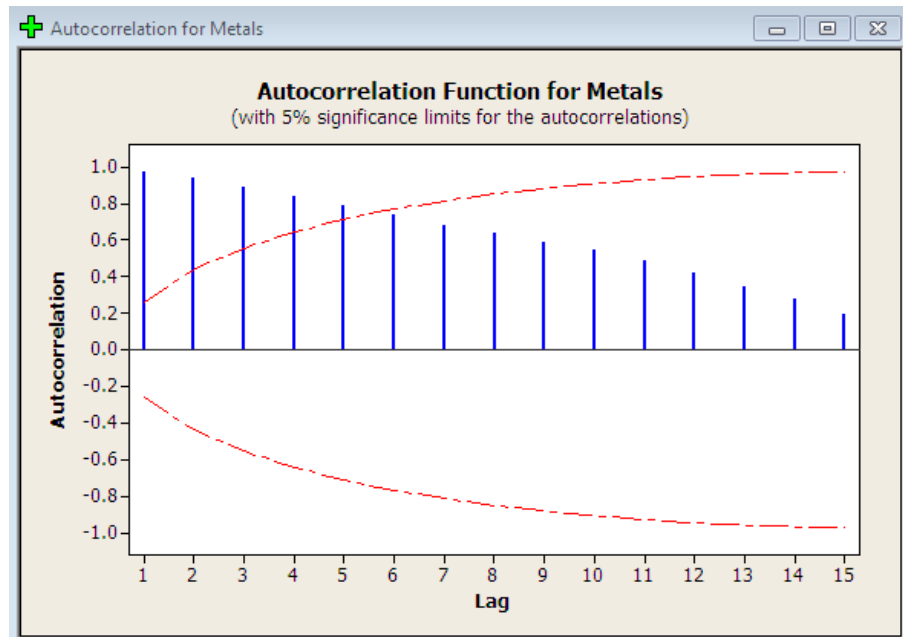
گزینه ی Store ACF

با انتخاب این گزینه مقادیر تابع خودهمبستگی در یکی از ستونهای Minitab ذخیره می شود. نام این ستون به طور پیش فرض ACF1 خواهد بود. می توان نمودار سری زمانی را برای این متغیر نیز رسم کرد.

مثلا در سری Metals چنانچه گزینه Store acf را مارک دار کنیم، مقادیر تابع خود همبستگی در ستونی به نام ACF1 ذخیره خواهند شد. حال چنانچه مجددا نمودار سری زمانی را برای متغیر ACF1 رسم کنیم، نموداری بصورت زیر خواهیم داشت:

ستون ایجاد شده ی جدید

C4
ACF1
0.970392
0.933986
0.886873
0.839069
0.783356
0.732309
0.679206
0.633619
0.587269
0.542342
0.481719
0.419593
0.345691
0.274724
0.195664



و با رسم نمودار سری زمانی ستون جدید ایجاد شده نمودار زیر نمایش داده می شود. برای آموزش چگونگی رسم نمودار سری زمانی به فایل آموزش رسم نمودار های سری زمانی در صفحه آموزش Mintab مراجعه نمایید.

همانطور که از این نمودار نیز مشخص است مقادیر تابع خودهمبستگی به کندی به صفر میل می کنند که این دلیلی بر نایستایی سری Metals می باشد.

گزینه Store t-statistics

این گزینه باعث می شود که مقادیر آمار t در یکی از ستونهای Minitab ذخیره شود. از آماره t برای آزمون این فرض که آیا خود همبستگی مشاهدات در یک تاخیر دلخواه صفر هست یا نه استفاده می شود. این آزمون را آزمون t می نامند و نحوه قضاوت در مورد این آزمون بصورت زیر است:

✚ برای تاخیر یک تا سه، چنانچه مقدار آماره t بزرگتر از قدرمطلق (۱.۲۵) باشد، مقدار تابع خود همبستگی در آن تاخیر مخالف صفر در نظر گرفته می شود.

✚ برای تاخیر بزرگتر از چهار چنانچه مقدار آماره t بزرگتر از قدرمطلق (۲) باشد، مقدار تابع خود همبستگی در آن تاخیر مخالف صفر در نظر گرفته می شود.

از این آماره در تشخیص و ارزیابی مدل های ARIMA و همچنین در بررسی خود همبستگی باقیمانده ها استفاده می شود.

گزینه Store Ljung-Box Q statistics

با انتخاب این گزینه می توان مقادیر آماره Ljung-Boxq(LBQ) را در یکی از ستون های Minitab ذخیره کرد. از این آماره برای آزمون این فرض که آیا همه خود همبستگی تا تاخیر k مساوی با صفر هستند یا نه استفاده می شود.

فرضیه H_0 این آزمون بصورت زیر می باشد.

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

آماره LBQ که آن را آماره Q اصلاح شده نیز می نامند، به شکل زیر است:

$$Q = n(n+2) \sum_{h=1}^k (n-h)^{-1} \hat{\rho}_h^2$$

که در آن n تعداد مشاهدات می باشد و این آماره تحت فرض H_0 تقریباً دارای توزیع χ^2_{k-m} است که m تعداد پارامترهای برآورده شده در مدل می باشد و فرضیه H_0 رد می شود هرگاه مقدار آماره Q از مقدار متناظر جدول کی دو بیشتر باشد.

منبع :

- تجزیه و تحلیل سری های زمانی با نرم افزار MINITAB14، مصطفی خرمی- دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا، انتشارات سخن گستر، ۱۳۸۶