

هموارسازی نمائی

(هموارسازی داده ها)

تدوین: مرکز آماری خوارزمی

www.kharazmi-statistics.ir

مرکز آماری خوارزمی

مقدمه:

هموار کردن داده ها به منظور کاهش نوسان موجود در آنها بکار می رود. در این قسمت چند شیوه هموارسازی مانند میانگین متحرک ساده و هموارسازی نمایی وجود دارد. در مطالب بیان شده در پایین به بررسی روش هموارسازی نمایی می پردازیم.

هموارسازی نمایی

پیش بینی نمایی احتمالاً گسترده ترین کاربرد را در میان روش های مختلف پیش بینی جهت سری های زمانی گسسته دارد که آینده فوری و نزدیک را پیش بینی می کنند.

هموارسازی نمایی تکنیکی کارا برای تخمین ضرایب در یک مدل سری زمانی چند جمله ای است. چند جمله ای برازش شده را می توان برای پیش بینی مقادیر آینده سری به کار برد. با وجود این سری های بسیاری وجود دارند که نمی توانند بوسیله یک مدل چند جمله ای به طور مناسب مدل بندی شوند. مانند یک سری زمانی با تغییرات سیکلی یا فصلی. البته برای هموار سازی سری های زمانی فصلی دارای روند می توان از روش وینترز استفاده کرد که بعداً توضیح داده می شود.

اغلب سری های زمانی شامل یک روند یا الگوی فصلی هستند. لیکن برای بدست آوردن یک سری ایستا می توان این اثرات را اندازه گرفت و حذف کرد.

در یک سری زمانی غیر فصلی ایستای $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ در نظر گرفتن مجموع وزن داری از مشاهدات گذشته به عنوان برآورد x_{n+1} امری طبیعی است. یعنی

$$\hat{x}(n,1) = c_0 x_n + c_1 x_{n-1} + c_2 x_{n-2} + \dots \quad (I)$$

معقول به نظر می رسد که به مشاهدات جدید وزن بیشتر و به مشاهدات گذشته دور وزن کمتری نسبت دهیم.

یک مجموعه شهودی از وزن ها، وزن های هندسی هستند که با یک نسبت ثابت تنزل پیدا می کنند. برای آنکه مجموع وزن ها یک شود آنها را بصورت زیر در نظر می گیریم:

$$c_i = \alpha(1 - \alpha)^i \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

α عددی است بین صفر و یک که آن را ثابت هموارسازی می نامند. در صورت استفاده از وزن های هندسی فوق در معادله (I) خواهیم داشت:

$$\hat{x}(n,1) = \alpha x_n + \alpha(1 - \alpha)x_{n-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 x_{n-2} + \dots \quad (II)$$

روشی که با معادله (II) تعریف شده است، هموار کردن نمائی نامیده می شود. صفت نمائی از این حقیقت ناشی می شود که وزن های هندسی روی یک منحنی نمائی قرار دارند.

مقدار ثابت هموار سازی α به خواص سری زمانی داده شده بستگی دارد. مقادیر بین ۰.۱ و ۰.۳ برای بدست آوردن پیش بینی هایی که به تعداد زیادی از مشاهدات گذشته بستگی دارد، بکار می رود.

مقادیر نزدیک به یک اغلب کمتر مورد استفاده واقع می شوند و پیش بینی هایی را می دهند که تا حد زیادی به مشاهدات جدید بستگی دارند.

در Minitab برای هموار سازی نمائی دو گزینه داریم Single Exp Smoothing یا هموار سازی نمائی یگانه و Double Exp Smoothing یا هموارسازی نمائی دوگانه که هر دو روش در مورد سری های زمانی غیرفصلی بکار می رود و از هر دو روش می توان جهت تولید پیش بینی های کوتاه مدت استفاده کرد.

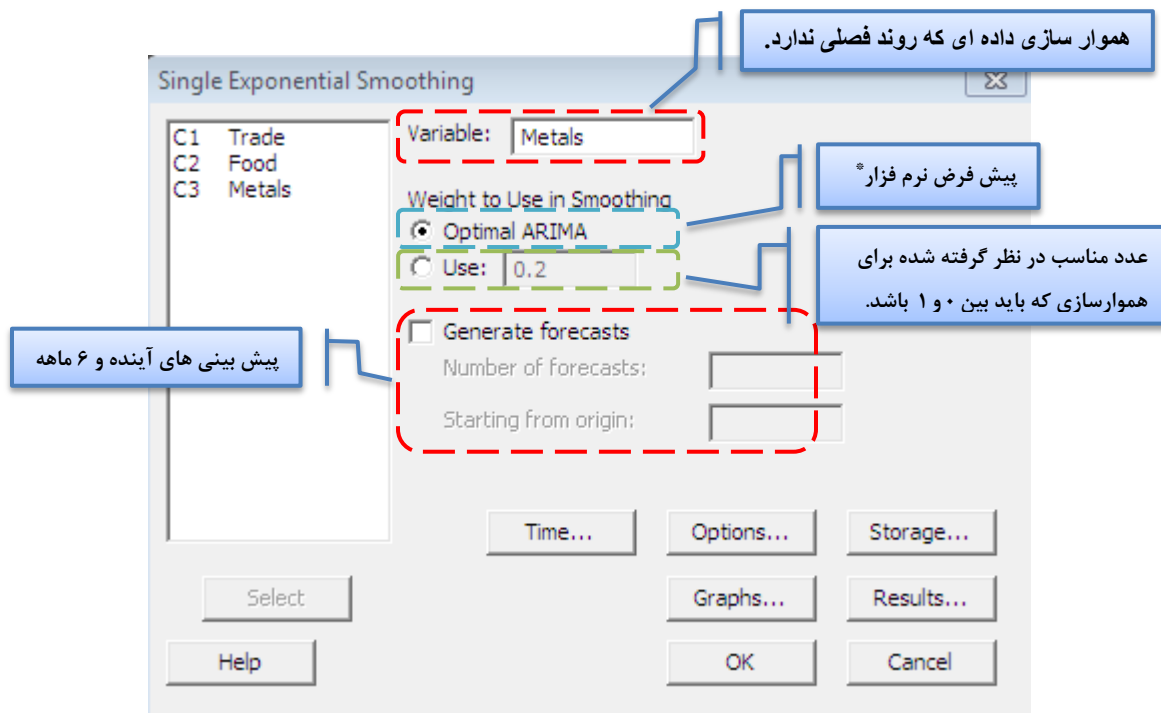
چنانچه سری غیر فصلی فاقد روند باشد از هموارسازی نمائی یگانه استفاده می شود اما چنانچه سطح سری با نرخ ثابتی رو به افزایش باشد یعنی سری دارای روند باشد می توان از هموارسازی نمائی دوگانه استفاده کرد.

مثال: هموار سازی نمائی یگانه (Single Exp Smoothing) در Minitab

همانطور که گفته شد این روش فقط برای سری های زمانی غیر فصلی که روند را نشان نمی دهند بکار برده می شود. برای بررسی بیشتر این رویه فایل Employ را در نظر می گیریم. از آنجا که سری Metals در این فایل فاقد روند و الگوی فصلی مشخصی می باشد، می توان از رویه Single Exp Smoothing برای هموار کردن داده ها استفاده کرد. برای این منظور مسیر زیر را طی نمایید.

Stat > Time Series > Single Exp Smoothing

پنجره ای به شکل زیر باز می شود.



ابتدا متغیر Metals را به کادر Variable منتقل می کنیم. در قسمت Weight To Use In Smoothing می توان مقدار ثابت هموار سازی را تعیین کرد. *انتخاب پیش فرض Minitab حالت Optimal ARIMA است که با مینیمم کردن مجموع مربعات خطا عدد مناسبی را به عنوان ثابت هموار سازی در نظر می گیرد. اما می توان با انتخاب گزینه Use عدد دلخواه خود را که باید عددی بین صفر و یک باشد وارد کرد.

همچنین برای تولید پیش بینی های شش ماه آینده گزینه Generate Forecasts را مارک دار نموده و در کادر مقابل Number Of Forcasts عدد ۶ وارد می نماییم.

خروجی در پنجره Session و نمودار مربوطه به صورت زیر می باشد.

```

Results for: Employ.MTW
Single Exponential Smoothing for Metals

Data      Metals
Length    60

Smoothing Constant

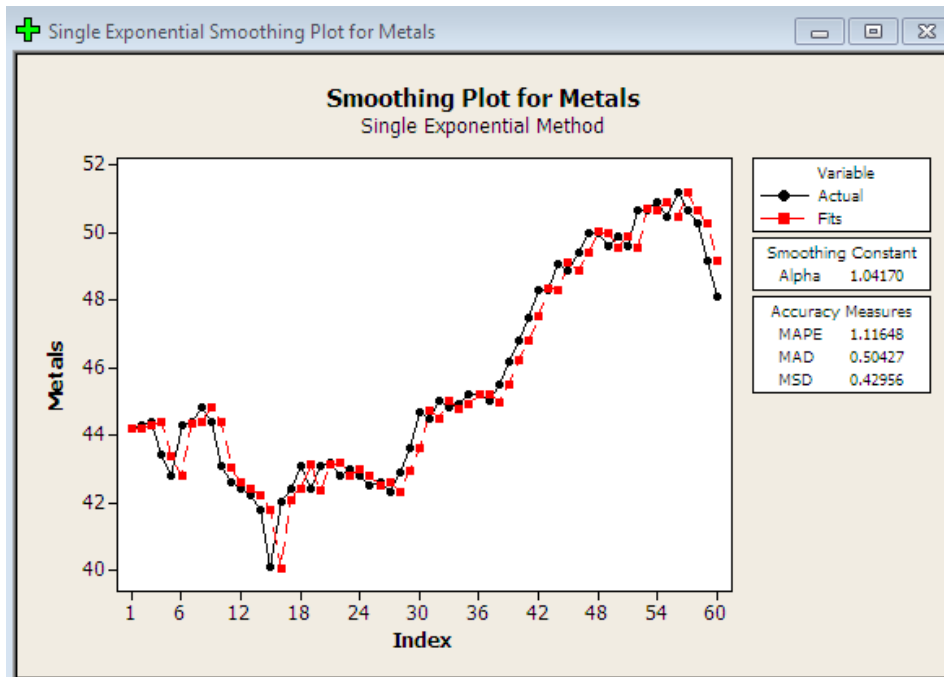
Alpha     1.04170

Accuracy Measures

MAPE      1.11648
MAD       0.50427
MSD       0.42956

```





همانطور که ملاحظه می شود مقادیر پیش بینی برای شش ماه آینده و حدود بالا و پایین پیش بینی در انتهای خروجی آمده است.

نتیجه:

داده های استفاده شده در این بخش در قسمت میانگین متحرک (که در صفحه ی آموزش Minitab در همین سایت قرار داده شده است) نیز بررسی شده است. با مقایسه مقادیر Accuracy Measures در دو مدل Moving Average و Single Exponential Smoothing به این نتیجه می رسیم که مدل اخیر یعنی Single Exponential Smoothing Model برآزش بهتری را به داده ها فراهم می آورد

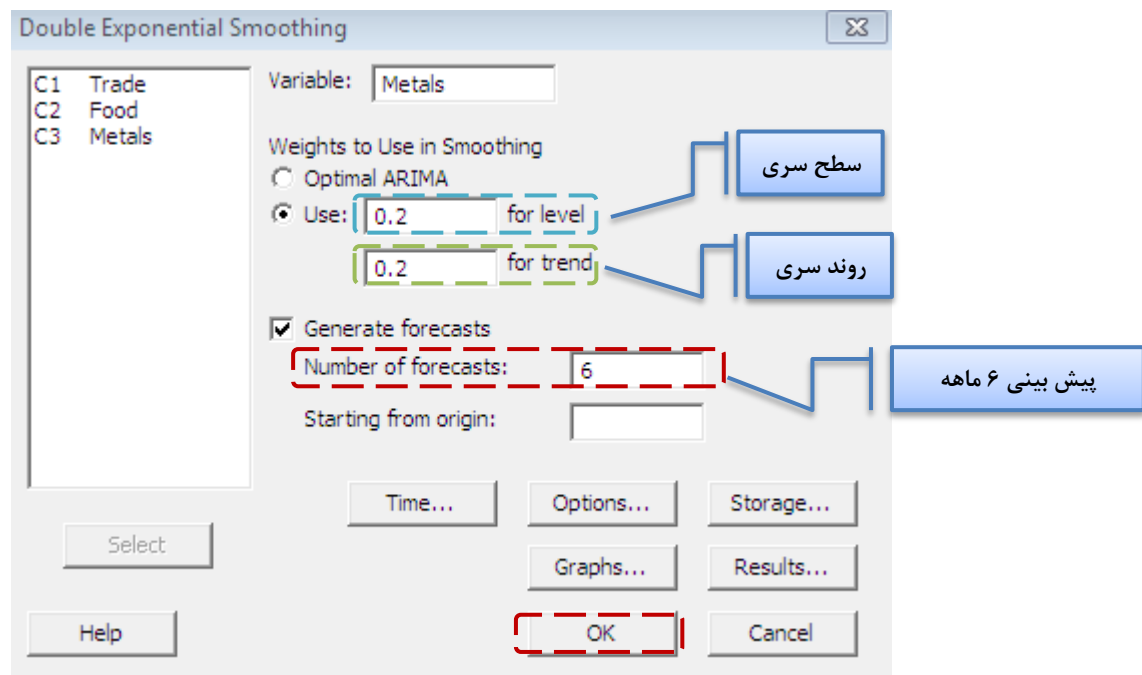
((لطفا به این آدرس مراجعه کنید و فایل هموار سازی داده ها میانگین متحرک را برای درک بهتر موضوع دانلود نمایید. <http://www.kharazmi-statistics.ir/fa/narmafzarminitab.aspx>))

مثال: هموارسازی نمائی دوگانه (Double Exp Smoothing) در Minitab

هنگامی که داده ها فقط شامل روند باشند می توان از هموارسازی نمائی دوگانه برای هموار کردن داده ها استفاده کرد. در این رویه برآوردهایی پویایی برای هر دو مولفه Level و Trend یعنی سطح سری و روند موجود در سری محاسبه می شود. منظور از سطح سری همان مقدار متوسط سری (μ) است.

برای اجرای این رویه در Minitab کافی است از منوی Time Series گزینه Double Exp Smoothing را انتخاب کنیم.

همانطور که ملاحظه می شود گزینه های این پنجره نیز مانند پنجره هموارسازی نمایی یگانه می باشد.



برای بررسی بیشتر این روش پیش بینی، فایل Employ.Mtw را در نظر می گیریم. با وجود اینکه در سری غیر فصلی Metals روند واضحی به چشم نمی خورد، امام مایلیم مدل حاصل از هموار سازی نمائی دوگانه را به آن برازش دهیم و با توجه به این مدل مقدار سری را برای شش ماه آینده پیش بینی کنیم.

البته می توان با توجه به معیارهای دقت (Accuracy Measures) مدلی که برازش بهتری را فراهم می آورد شناسایی کرد.

برای استفاده از روش هموار سازی نمائی دوگانه، متغیر Metals را به کادر Variable منتقل می کنیم. در قسمت Weight To Use In Smoothing نیز می توان مقدار ثابت هموارسازی را تعیین کرد. ما در اینجا پیش بینی فرض Minitab را خطا عدد مناسبی را به عنوان ثابت هموارسازی در نظر می گیرد. همچنین برای تولید پیش بینی های شش ماه آینده گزینه ی Generate Forecasts را مارک دار نموده و در کادر مقابل Number Of Forecasts عدد ۶ را وارد می نمائیم. با تکمیل پنجره فوق و Ok کردن آن خروجی در پنجره Session بصورت زیر می باشد.

در این پنجره در قسمت Smoothing Constants برآوردهای روند و سطح سری با Alpha و Gamma نشان داده شده اند.

Double Exponential Smoothing for Metals

Data Metals
Length 60

Smoothing Constants

Alpha (level) 0.2
Gamma (trend) 0.2

بر آورد روند = Alpha

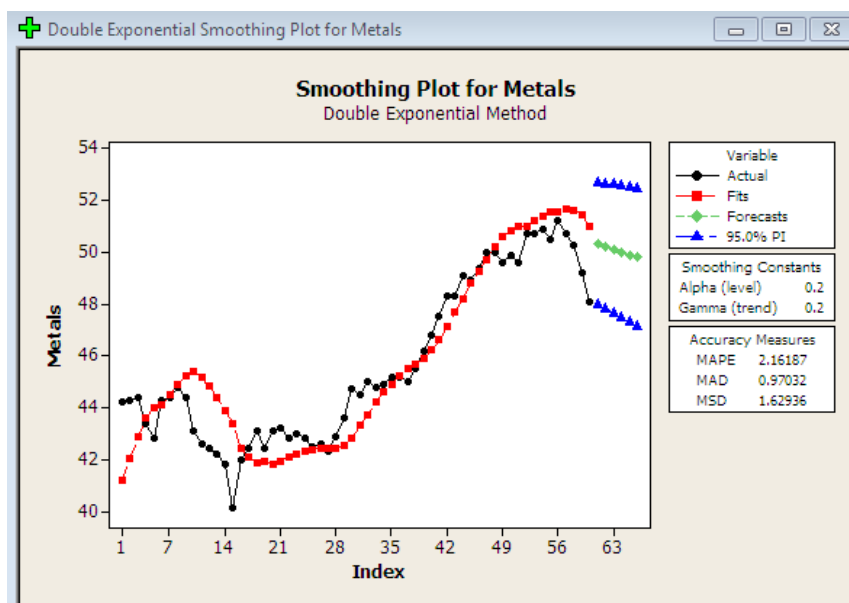
بر آورد سری = Gamma

Accuracy Measures

MAPE 2.16187
MAD 0.97032
MSD 1.62936

Forecasts

Period	Forecast	Lower	Upper
61	50.3318	47.9546	52.7090
62	50.2252	47.7984	52.6520
63	50.1186	47.6385	52.5987
64	50.0120	47.4749	52.5490
65	49.9054	47.3081	52.5026
66	49.7988	47.1381	52.4594



با مقایسه معیارهای دقت به این نتیجه می‌رسیم که در مورد سری Metals رویه Single Exp Smoothing برازش بهتری را فراهم می‌کند.

از آنجا که در این مثال اختلاف معیارهای سه گانه دقت در دو روش هموارسازی نمائی ناچیز است، ممکن است بخواهیم ملاک انتخاب مدل بهتر را نوع پیش بینی قرار دهیم. در روش هموارسازی نمائی یگانه پیش بینی ها بر روی خط مستقیم قرار می‌گیرند. در حالی که در روش هموار سازی نمائی دوگانه پیش بینی ها روی یک خط شیب دار قرار دارند.

همانطور که ملاحظه می‌شود در نمودار Double Exp Smoothing برای متغیر Metals مقادیر پیش بینی شده به کندی در حال افزایش هستند و این در حالی است که چهار مشاهده اخیر این سری زمانی در حال کاهش هستند.

اگر وزن بیشتری را برای مولفه روند در نظر بگیریم باعث می‌شود که برآوردها در همان جهت داده‌ها باشند که این به واقعیت نزدیک تر است. برای آنکه بتوانیم برای مولفه روند وزن دلخواهی در نظر بگیریم باید در قسمت Weight To Use In Smoothing بجای گزینه Optimal ARIMA گزینه USE را انتخاب کرده و عدد دلخواه خود را برای هر یک از دو مولفه Trend و Level وارد کنیم. حال می‌توانیم با مقایسه معیارهای دقت برای وزنه‌های مختلف، آنکه برازش بهتری را فراهم می‌آورد انتخاب کنیم.

منبع:

- تجزیه و تحلیل سری های زمانی با نرم افزار MINITAB14، مصطفی خرمی- دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا، انتشارات سخن گستر، ۱۳۸۶